《数学笔记》

图书基本信息

书名：《数学笔记》

13位ISBN编号：9780198533672

10位ISBN编号：0198533675

出版时间：2010-3-19

出版社：浙江大学出版社

作者：叶卢庆,黄俊涛

页数：150

版权说明：本站所提供下载的PDF图书仅提供预览和简介以及在线试读，请支持正版图书。

更多资源请访问：www.tushu000.com

《数学笔记》

内容概要

关于一些数学问题的思考以及争论。

《数学笔记》

章节试读

1、《数学笔记》的笔记-第2页

我想做一道自己感兴趣的问题.

($\mathbb{R}^2$)上($\mathbb{R}$)的外测度是0.

证明：用可数闭区间列($$[0,1],[1,2],[2,3],[3,4],\cdots$$)来覆盖($\mathbb{R}^+$).

在($\mathbb{R}^2$)中，易得($\forall i\in\mathbb{N},m^*[i,i+1]=0$).

根据外测度的次可数可加性，可得($m^*(\mathbb{R^+})\leq \sum_{i=0}^{\infty}m^*[i,i+1]=\sum_{i=0}^{\infty}0=0$).

可见，($m^*(\mathbb R^+)=0$).同样易得($m^*(\mathbb{R}^-)=0$).因此($m^*(\mathbb{R})=m^*(\mathbb{R^+}\bigcup\mathbb{R^-)}\leq m^*({\mathbb{R}^+})+m^*(\mathbb{R}^-)=0$).($\Box$)

2、《数学笔记》的笔记-第3页

对于很多书上出现的一个定理，我想补充一个反例，说明不需要测度的可数可加性这个定理也成立。
对于集合序列($\{A_n\} \subset \mathbb{R}(n \in \mathbb{N}^*)$),有($A_n \subset A_{n+1}(\forall n \ge 1)$),($m$)为($\mathbb{R}$)上的($Lebesuge$)测度，那么我们可以得到,($$m(\bigcup_{j \ge 1}A_j) = \lim_{j \rightarrow \infty}m(A_j)$$)Stein的书上用到了测度的性质，用闭子集来覆盖。
但我想用我的这种方法一样可以证明，只需要用到测度的非负性和单调性。在这里不展开写出来，读者读过这篇用'M'方法证明外测度的连续性就知道怎么用了。
我在这里想提供一个直观的反例，说明测度的可数可加性是不需要的。
不妨设($\mu:\mathcal{P}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}_+^*$),($\mathcal{P}(\mathbb{R})$)表示($\mathbb{R}$)的所有子集,对于任意($E \subset \mathbb{R}$),定义($\mu(E)=m(E)+1$).
显然，(μ)具有非负性和单调性，但不具备可数可加性。对于一开始所说的定理，我们发现，对于(μ)也显然成立。于是说明可数可加性并不是必要的，原因在于等式两边集函数都只作用了一次，而可数可加性是保证作用了多次还相等。

3、《数学笔记》的笔记-第2页

(m^*)为($\mathbb{R}$)上的外测度,($A_i \subset \mathbb{R}$),有猜测如下命题是否成立.($$m^*(\bigcup_{n\ge 1}A_i) = \lim_{n\rightarrow\infty} m^*(\bigcup_{k=1}^{n} A_k)$$)
该命题成立.
证明：先证明($$m^*(\bigcup_{n\ge 1}A_i) \ge \lim_{n\rightarrow\infty} m^*(\bigcup_{k=1}^{n} A_k)$$)由外测度的单调性知,
对于任意($N \in \mathbb{N}$),有($$m^*(\bigcup_{n\ge 1}A_i) \ge m^*(\bigcup_{k=1}^{N} A_k)$$)对上式取极限,得到($$m^*(\bigcup_{n\ge 1}A_i) \ge \lim_{n\rightarrow\infty} m^*(\bigcup_{k=1}^{n} A_k)$$)然后再证明,($$m^*(\bigcup_{n\ge 1}A_i) \le \lim_{n\rightarrow\infty} m^*(\bigcup_{k=1}^{n} A_k)$$)对于任意满足下列关系的($M \in \mathbb{R}$),($$m^*(\bigcup_{n\ge 1}A_i)>M$$)我们要证明,($$\lim_{n\rightarrow\infty} m^*(\bigcup_{k=1}^{n} A_k)>M$$)由($m^*(\bigcup_{n\ge 1}A_i)>M$)知,存在($N \in \mathbb{N}$),使得($$m^*(\bigcup_{1 \le n \le N}A_i) >M$$)(否则对于任

意($N \in \mathbb{N}$),有($m^*(\bigcup_{1 \le n \le N}A_i) \le M$),于是取极限得,($m^*(\bigcup_{n \ge 1}A_i) \le M$),矛盾.)
于是有,($$\lim_{n\rightarrow\infty} m^*(\bigcup_{k=1}^{n} A_k) \ge m^*(\bigcup_{1 \le n \le N}A_i) >M$$),得证。
于是原命题得证。

《数学笔记》

版权说明

本站所提供下载的PDF图书仅提供预览和简介，请支持正版图书。

更多资源请访问:www.tushu000.com